

Metodo di Eulero (1mo. ordine)

```
!   Eq: y' = 2*y/x + x**2*exp(x)      con condizioni iniziali: xo = 1, yo = 0
!   La soluzione analitica e' y = x**2*(exp(x)-exp(1)).
!   Si integri fra 1. e 1.4, con passo di integrazione h = 0.02;

program eulero
real :: k
real :: x0, y0, x1, h, x, y, f, fa
integer :: n, i
data x0/1./,y0/0./,x1/1.4/,h/0.02/
!       si cerca la soluzione del problema y'=f(x,y) con y(x0)=y0
!       che, a volte, viene espressa come "integrazione dell'eq. differenziale
!       del primo ordine y'=f(x,y) fra x0 e x1"
n=(x1-x0)/h
x=x0
y=y0
write(*,*)'Valori di x, y_calc, y_analitica'
write(*,*) x, ' ',y, ' ',fa(x)
do i=1,n+1
    k = f(x,y)
    y=y+h*k
    x=x+h
    write(*,*) x,y,fa(x)
enddo
end program

function f(x,y)
implicit none
real :: f, x, y
f = 2*y/x + x**2*exp(x)
return
end function

function fa(x)
implicit none
real :: fa, x
fa = x**2*(exp(x) - exp(1.))
return
end function
```

Metodo di Eulero modificato (2do. ordine)

```
! Eq: y'= 2*y/x+x**2*exp(x)      con condizioni iniziali: xo = 1, yo = 0
! La soluzione analitica e' y = x**2*(exp(x)-exp(1)).
! Si integri fra 1. e 1.4, con passo di integrazione h = 0.02;

program eulmod
real :: k1, k2
real :: x0, y0, x1, h, x, y, f, fa
integer :: n, i
data x0/1./,y0/0./,x1/1.4/,h/0.02/
!      si cerca la soluzione del problema y'=f(x,y) con y(x0)=y0
!      che, a volte, viene espressa come "integrazione dell'eq. differenziale
!      del primo ordine y'=f(x,y) fra x0 e x1"
!      utilizzando Eulero modificato (2do. ordine)
n=(x1-x0)/h
x=x0
y=y0
write(*,*)'Valori di x, y_calc, y_analitica'
write(*,*) x, ' ',y, ' ',fa(x)
do i=1,n+1
  k1=f(x,y)
  k2=f(x+h/2.,y+h*k1/2.)
  y=y+h*k2
  x=x+h
  write(*,*) x, ' ',y, ' ',fa(x)
enddo
end program

function f(x,y)
implicit none
real :: f, x, y
f = 2*y/x + x**2*exp(x)
return
end function

function fa(x)
implicit none
real :: fa, x
fa = x**2*(exp(x) - exp(1.))
return
end function
```

Metodo di Eulero migliorato (2do. ordine)

```
!   Eq: y' = 2*y/x + x**2*exp(x)      con condizioni iniziali: xo = 1, yo = 0
!   La soluzione analitica e' y = x**2*(exp(x)-exp(1)).
!   Si integri fra 1. e 1.4, con passo di integrazione h = 0.02;

program eulmig
real :: k1, k2
real :: x0, y0, x1, h, x, y, f, fa
integer :: n, i
data x0/1./,y0/0./,x1/1.4/,h/0.02/
!       si cerca la soluzione del problema y'=f(x,y) con y(x0)=y0
!       che, a volte, viene espressa come "integrazione dell'eq. differenziale
!       del primo ordine y'=f(x,y) fra x0 e x1"
!       utilizzando il metodo di Eulero migliorato (2do. ordine)
n=(x1-x0)/h
x=x0
y=y0
write(*,*)'Valori di x, y_calc, y_analitica'
write(*,*) x, ' ',y, ' ',fa(x)
do i=1,n+1
    k1 = f(x,y)
    k2 = f(x+h,y+h*k1)
    y=y+h*(k1+k2)/2.
    x=x+h
    write(*,*) x, ' ',y, ' ',fa(x)
enddo
end program

function f(x,y)
implicit none
real :: f, x, y
f = 2*y/x + x**2*exp(x)
return
end function

function fa(x)
implicit none
real :: fa, x
fa = x**2*(exp(x) - exp(1.))
return
end function
```

Metodo di Runge-Kutta (4to. ordine)

```
!   Eq: y' = 2*y/x + x**2*exp(x)      con condizioni iniziali: xo = 1, yo = 0
!   La soluzione analitica e' y = x**2*(exp(x)-exp(1)).
!   Si integri fra 1. e 1.4, con passo di integrazione h = 0.02;

program rungek
implicit none
real :: k1, k2, k3, k4
real :: x0, y0, x1, h, x, y, f, fa
integer :: n, i
data x0/1./,y0/0./,x1/1.4/,h/0.02/
!       si cerca la soluzione del problema y'=f(x,y) con y(x0)=y0
!       che, a volte, viene espressa come "integrazione dell'eq. differenziale
!       del primo ordine y'=f(x,y) fra x0 e x1"
n=(x1-x0)/h
x=x0
y=y0
write(*,*)'Valori di x, y_calc, y_analitica'
write(*,*) x, ' ',y, ' ',fa(x)
do i=1,n+1
  k1 = f(x,y)
  k2 = f(x+h/2.,y+h*k1/2.)
  k3 = f(x+h/2.,y+h*k2/2.)
  k4 = f(x+h,y+h*k3)
  y=y+h*(k1+2.*k2+2.*k3+k4)/6.
  x=x+h
  write(*,*) x, ' ',y, ' ',fa(x)
enddo
end

function f(x,y)
implicit none
real :: f, x, y
f = 2*y/x + x**2*exp(x)
return
end function

function fa(x)
implicit none
real :: fa, x
fa = x**2*(exp(x) - exp(1.))
return
end function
```

Confronto fra i diversi metodi di integrazione per ODE

Eulero

```
do i=1,n+1
    k = f(x,y)
    y=y+h*k
    x=x+h
    write(*,*) x,y,fa(x)
enddo
```

Eulero modificato

```
do i=1,n+1
    k1=f(x,y)
    k2=f(x+h/2.,y+h*k1/2.)
    y=y+h*k2
    x=x+h
    write(*,*) x,' ',y,' ',fa(x)
enddo
```

Eulero migliorato

```
do i=1,n+1
    k1 = f(x,y)
    k2 = f(x+h,y+h*k1)
    y=y+h*(k1+k2)/2.
    x=x+h
    write(*,*) x,' ',y,' ',fa(x)
enddo
```

Runge-Kutta

```
do i=1,n+1
    k1 = f(x,y)
    k2 = f(x+h/2.,y+h*k1/2.)
    k3 = f(x+h/2.,y+h*k2/2.)
    k4 = f(x+h,y+h*k3)
    y=y+h*(k1+2.*k2+2.*k3+k4)/6.
    x=x+h
    write(*,*) x,' ',y,' ',fa(x)
enddo
```

NB. Ricordare sempre di dichiarare le variabili che iniziano con la lettera k come reali.